الشحنة و المادة
Charge and Matter

مثال : مقارنة بين القوة الكهربائية و قوة التجاذب الكتلي.

يفصل بين إلكترون و بروتون ذرة الهيدروجين مسافة $5.3 \times 10^{-11}\text{m}$. أوجد مقدار القوة الكهربائية و قوة التجاذب الكتلي بين الإلكترون و البروتون، حيث:

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31}\text{kg}; \qquad m_p = 1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$$

من قانون كولوم نجد:

$$F_e = k\frac{e^2}{r^2} = \left(9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(1.60 \times 10^{-19}C)^2}{(5.3 \times 10^{-11}m)^2} = 0.82 \times 10^{-7}N$$

وباستعمال قانون نيوتن للجذب نجد ان:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \left(6.7 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right)\frac{(9.11 \times 10^{-31}kg)(1.67 \times 10^{-27}kg)}{(5.3 \times 10^{-11}m)^2}$$
$$= 3.62 \times 10^{-47}N$$

النسبة بين القوتين: $\frac{F_e}{F_g} = 2.26 \times 10^{39}$

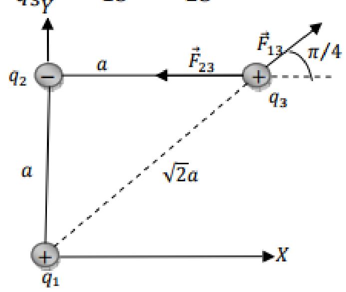
ان قوة التجاذب الكتلي او المادي همله بالمقارنة بالقوة الكهروستاتيكية

مثال

وضعت ثلاث شحنات نقطية عند أركان مثلث قائم و متساوي الساقين $q_1 = q_3 = 5.0\mu C$ و $q_2 = -2.0\mu C$ و $a = 0.1m$. اوجد محصلة القوة المبذولة عند q_3.

القوة المحصلة على q_3 هي المجموع الشعاعي للقوى الناتجة عن q_1 و q_2:

$$\vec{F}_{q_3} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$



نحلل اي قوة تصنع زاوية مع المحاور وعلية يكون

$$\vec{F}_{13} = F_{13}\cos\frac{\pi}{4}\vec{\imath} + F_{13}\sin\frac{\pi}{4}\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_{23} = -F_{23}\vec{\imath}$$

$$\vec{F}_{q_3} = \left(F_{13}\cos\frac{\pi}{4} - F_{23}\right)\vec{\imath} + F_{13}\sin\frac{\pi}{4}\vec{\jmath}$$

نحسب قيمة كل قوة

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = \left(9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\right)\frac{(5\times10^{-6}C)^2}{2(0.1m)^2} = 11.25N$$

$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{a^2} = (9\times10^9)\frac{(5\times10^{-6})(2.0\times10^{-6})}{(0.1)^2} = 9N$$

$$\vec{F}_{q_3} = (7.95-9)\vec{\imath} + 7.95\vec{\jmath} = -1.05\vec{\imath} + 7.95\vec{\jmath}$$

مثال :

ما هي المسافة الفاصلة بين إلكترونين في الفراغ إذا علمت أن القوة الكهروستاتيكية بينهما تساوي قوة جذب الأرض للإلكترون.

من قانون كولوم تكون القوة الكهروستاتيكية بين إلكترونين في الفراغ هي:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

وقوة جذب الأرض للإلكترون هي :

$$F_g = mg$$

ومن الفرض فان :

$$F_e = F_g$$

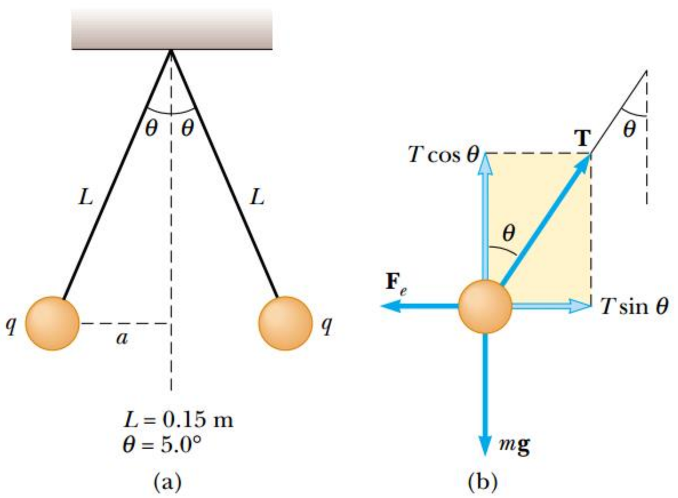
$$\therefore \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = mg$$

$$9\times10^9 \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{r^2} = 9.1\times10^{-13}\times9.8$$

$$\therefore r^2 = 0.258\times10^2 m = 25.8m \quad \text{or} \quad r = 5.1m$$

مثال:

كرتان تحملان شحنتان متماثلتان ، كتلة كل منهما 0.3gm علقتا بخيطين متساويين بطول 15cm، استقرت الكرتان عند الاتزان بحيث صنعت زاوية 5^o مع العمود المقام على منتصف المسافة بينهما. احسب شحنة كل منهما.



الحل:

الكرة الموجودة على اليسار مثلاً، تكون في وضع إتزان تحت تأثير ثلاث قوى، قوة الشد T، قوة الجاذبية وقوة التنافر مع الشحنة الاخري. نحلل القوة كما بالشكل وهنا:

بما ان الكرة فى حالة اتزان كلا من مجموع القوى الافية تساوي صفر وكذلك المجموع الاتجاهي للقوى الرأسية :

$$\sum F_x = T\sin\theta - F_e = 0$$
$$F_e = T\sin\theta$$

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$
$$T = mg/\cos\theta$$

بالتعويض عن T

$$F_e = mg\,\sin\theta/\cos\theta$$
$$F_e = mg\tan\theta$$
$$= (3.0\times10^{-2}\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)\tan(5.0°)$$
$$= 2.6\times10^{-2}\text{ N}$$

$$\sin\theta = a/L$$

$$a = L\sin\theta = (0.15\text{ m})\sin(5.0°) = 0.013\text{ m}$$

اذن $2a = 0.026$ m.

وبالتطبيق فى قانون كولوم

$$F_e = k_e\frac{|q|^2}{r^2}$$

حيث $r = 2a = 0.026$ m

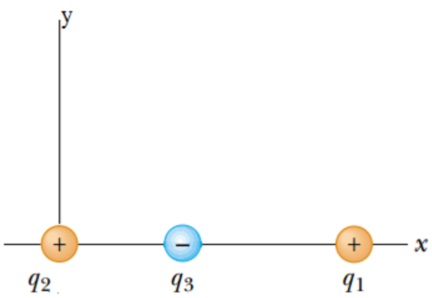
نجد ان

$$|q|^2 = \frac{F_e r^2}{k_e} = \frac{(2.6\times10^{-2}\text{ N})(0.026\text{ m})^2}{8.99\times10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2} = 1.96\times10^{-15}\text{ C}^2$$

$$|q| = \boxed{4.4\times10^{-8}\text{ C}}$$

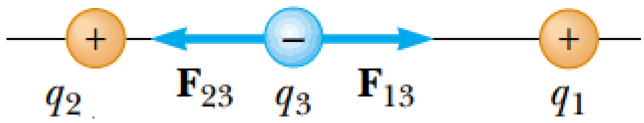
مثال:

ثلاث شحنات نقطية تقع على المحور السيني كما بالشكل . فإذا كانت $q_1=15\mu C$ وتقع عند x=2m و $q_2=6\mu C$ وتقع عند نقطة الاصل وكانت $q3=-5\mu C$ وتقع فى المنتصف أوجد محصلة القوة الكهربية على q3.



الحل:

حيث ان q3 سالبة وتقع فى المنتصف فإن القوتان الناسئتان من الشحنتان الموجبتان ستعملان فى عكس الاتجاه ويكون القوة الاكبر فى اتجاه الشحنة الاكبر حيث ان المسافة واحدة وعلية يكون



F13>F23

وعلية تكون محصلة القوة في اتجاه المحور السيني الموجب.

$F12=9*10^{9}*15*10^{-6}*5*10^{-6}/(1)^{2}\ i= 0.675i\ N$

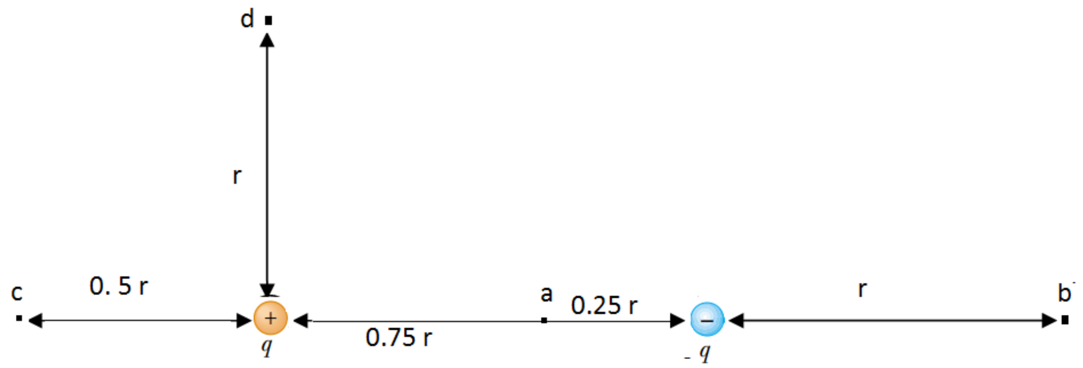
$F23= - 9*10^{9}*6*10^{-6}*5*10^{-6}/(1)^{2}\ i= -0.27\ i\ N$

$Fq3= 0.675i - 0.27\ i = 0.405$ N to +ve x-direction

مثال:

شحنتان نقطيتان متساويتان كل منهما q إحداهما موجبة والأخرى سالبة تفصلهما مسافة مقدارها r كما هو بالشكل التالي . أحسب القوة المؤثرة على شحنة موجبة ثالثة q_1 إذا وقعت عند النقاط a و b و c و d . وماذا تكون قيمة هذه القوى إذا كانت

$q = 0.64\ \mu C\ ,\ q_1 = 0.32\ \mu C\ ,\ r = 8\ cm$



ملحوظة : لا يمكن حساب القوة (باستخدام قانون كولوم)عند نقطة الا اذا وجدت شحنة نقطية عند تلك النقطة وكان هناك شحنة آخري على الاقل.

استراتيجية الحل:

1- ننظر في نوع الشحنات ونحدد اتجاه القوة الكهربية بين الشحنه الثالثة وكلاً من الشحنه الاولي والثانية.

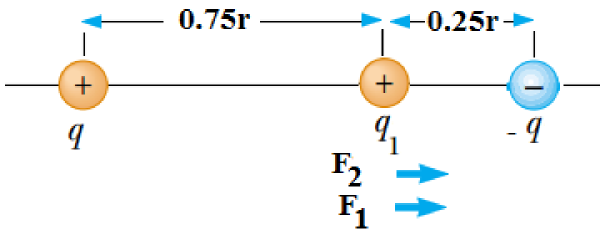
2- نحدد المسافات ونهتم بقيم الشحنات ونطبق قانون كولوم مع الاخذ في الاعتبار الوحدات.

3- اذا كان هناك زوايا بين القوي فلابد من التحليل الاتجاهي للقوي على المحور السيني والصادي .

4- نجمع القوي جمع اتجاهي ولابد من التدريب علية.

الحل:

(أ) تحديد متجهات القوي وحساب القوة المؤثرة على الشحنة q1 الواقعة فى النقطة a :



القوة F_1 قوة التجاذب بين الشحنة السالبة q والشحنة المتأثرة الموجبة q_1 وتتجه نحو الشحنة السالبة.

القوة F_2 قوة التنافر بين الشحنة الموجبة q والشحنة المتأثرة الموجبة q_1 وتتجه نحو الشحنة السالبة أيضا. ونلاحظ أن القوتين F_1 و F_2 تعملان في نفس الاتجاه ولذلك يمكن أن نقول أن القوة المحصلة هى عبارة عن مجموع القوتين. تعمل القوتين فى اتجاه المحور السيني الموجب

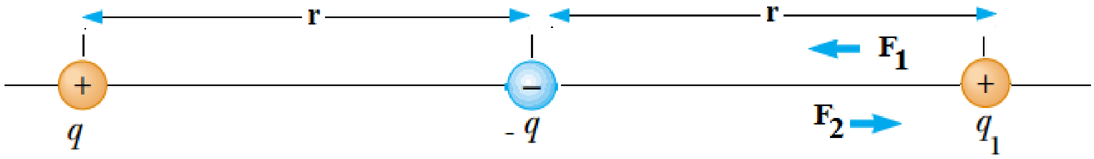
$$F_a = F_1 + F_2$$

$$F_1 = K\frac{q\,q_1}{r^2} = K\frac{q\,q_1}{(0.25\,r)^2} = 9\times10^9\,\frac{0.64\times10^{-6}\;0.32\times10^{-6}}{(0.25\times0.08)^2} = 4.608N$$

$$F_2 = K\frac{q\,q_2}{r^2} = K\frac{0.64\times10^{-6}\;0.32\times10^{-6}}{(0.75\times0.08)^2} = 0.512N$$

$$F_a = F_1 + F_2$$
$$= 4.608 + 0.512 = 5.12N \quad in + vex - axis$$

(ب) حساب القوة المؤثرة على الشحنة q1 الواقعة فى النقطة b :



القوة F_1 قوة التجاذب بين الشحنة السالبة q والشحنة المتأثرة الموجبة q_1 وتتجه نحو الشحنة السالبة.

القوة F_2 قوة التنافر بين الشحنة الموجبة q والشحنة المتأثرة الموجبة q_1 وتتجه نحو الشحنة السالبة أيضا. ونلاحظ أن القوتين F_1 و F_2 تعملان في اتجاهين مختلفين ولذلك يمكن أن نقول أن القوة المحصلة هى عبارة عن الفرق بين القوتين. F1 تكون اكبر من F2 حيث انها تنتج عن الشحنة القريبة وبالتالي تكون المحصلة فى اتجاه المحور السيني السالب

$$F_b = F_2 - F_1$$

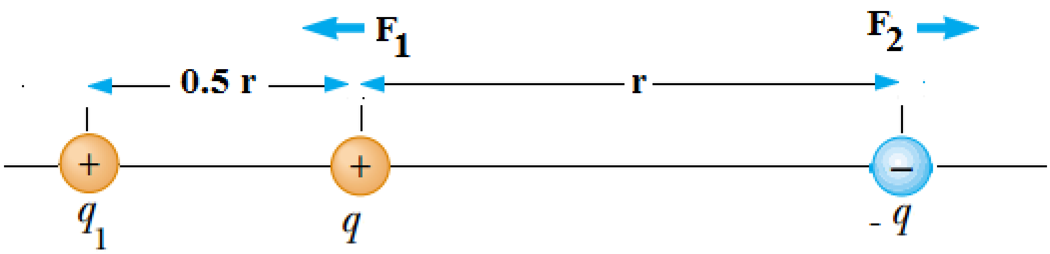
$$F_1 = K \frac{q\, q1}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{0.64\times10^{-6} \times 0.32\times10^{-6}}{\left(8\times10^{-2}\right)^2} = 0.288N$$

$$F_2 = K \frac{q\, q_2}{r^2} = K \frac{q\, q_2}{(2\,r)^2} = K \frac{q\, q_2}{4\,r^2}$$

$$F_2 = 9\times10^9 \times \frac{0.64\,x10^{-6} \times 0.32\,x\,10^{-6}}{4\times\left(8\times10^{-2}\right)^2} = 0.072N$$

$$F_b = F_2 - F_1 = 0.072 - 0.288 = -0.216N$$

(جـ) حساب القوة المؤثرة على الشحنة q1 الواقعة فى النقطة c :



القوة F_1 قوة التجاذب بين الشحنة السالبة q والشحنة المتأثرة الموجبة q_1 وتتجه نحو الشحنة السالبة.

القوة F_2 قوة التنافر بين الشحنة الموجبة q والشحنة المتأثرة الموجبة q_1 وتتجه نحو الشحنة السالبة أيضا. ونلاحظ أن القوتين F_1 و F_2 تعملان في اتجاهين مختلفين ولذلك يمكن أن نقول أن القوة المحصلة هى عبارة عن الفرق بين القوتين.

$$F_c = F_1 - F_2$$

$$F_1 = K_e \frac{q\,q1}{r^2} = K \frac{q\,q_1}{(1.5r)^2} =$$

$$F_1 = 9\times10^9 \times \frac{0.64\times10^{-6} \times 0.32\times10^{-6}}{\left(1.5\times8\times10^{-2}\right)^2} = 0.128N$$

$$F_2 = K \frac{q\,q_2}{r^2} = K \frac{q\,q_2}{(0.5r)^2}$$

$$F_2 = 9\times10^9 \times \frac{0.64\times10^{-6} \times 0.32\times10^{-6}}{\left(0.5\times8\times10^{-2}\right)^2} = 1.151N$$

$$F_c = F_1 - F_2 = 0.128 - 1.151 = -1.024N$$

Another solution

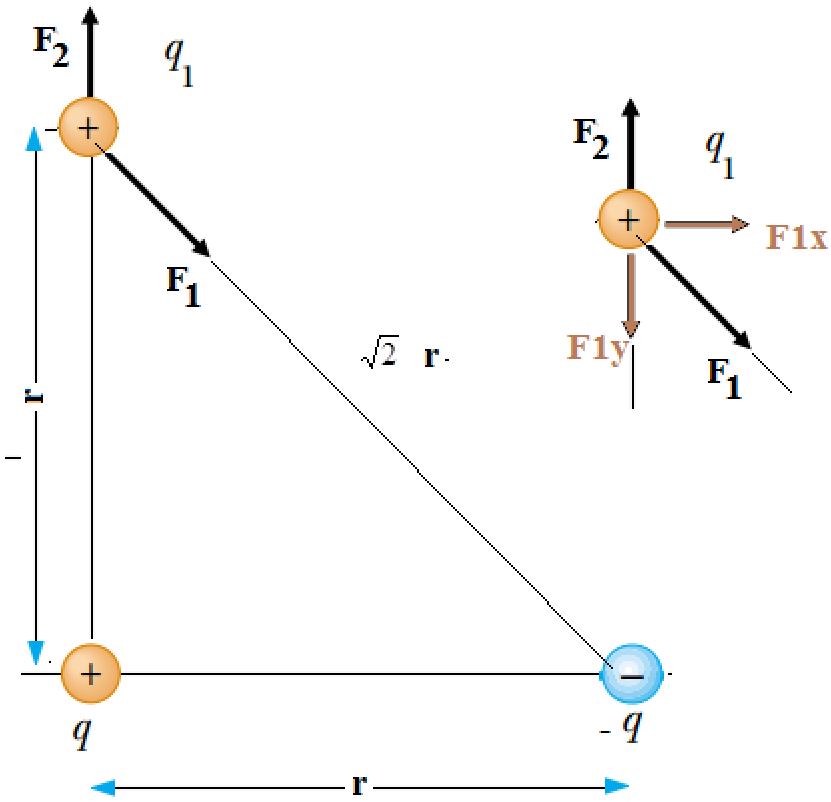
$$F_c = F_1 - F_2 = K \frac{q\,q_1}{r^2}\left(\frac{1}{(1.5)^2} - \frac{1}{(0.5)^2}\right) = 1.024N$$

(د) حساب القوة المؤثرة على الشحنة q1 الواقعة فى النقطة d :

في هذا الشكل تكون الشحنة المتأثرة عمودية على الشحنة الموجبة وتكون القوة بينهما F_2 فى إتجاة y الموجبة وبذلك ل تحتاج هذه القوة إلى تحليل. بينما تعمل القوة بين الشحنة المتأثرة والشحنة السالبة F_1 زواية مقدارها θ ولذلك تحتاج هذه القوة إلى تحليل في الاتجاه x والاتجاه y كما هو موضح بالشكل.

نقوم بحساب المسافة بين الشحنة السالبة والشحنة الاختبارية (المتأثرة) من نظرية فيثاغورث وتساوى $r\sqrt{2}$.

y



$$F_{1x} = F_1 \ \sin\theta = K \frac{q\ q_1}{\left(r\ \sqrt{2}\right)^2} \ \sin 45$$

$$= 9\times10^9 \ \times \frac{0.64x10^{-6} \times 0.32x10^{-6}}{(8x10^{-2}\sqrt{2})^2} \times \sin(45) = 0.102\ N$$

$$F_{1y} = F_1 \ \cos\theta = K \frac{q\ q_1}{\left(r\ \sqrt{2}\right)^2} \ \cos 45$$

$$= 9\times10^9 \ \times \frac{0.64x10^{-6} \times 0.32x10^{-6}}{(8x10^{-2}\sqrt{2})^2} \times \cos(45)$$

$$= 0.102\ N = \frac{\sqrt{2}}{2}\ x\ 9x10^9 \ x\ \frac{0.64x10^{-6}\ x\ 0.32x10^{-6}}{(8x10^{-2})^2} \times \cos(45) = 0.102\ N$$

وبذلك يحمل محور x قوة واحدة وهى F_{ix}

$$F_x = F_{1x} = 0.102 \quad N$$

بينما محور y يحمل قوتين متضادتين هما F_{1y} , F_2 وتعطى من العلاقة

$$F_2 = K \frac{q\ q_1}{r^2} = 0.288\ N$$

$$F_y = F_2 - F_{1y}$$
$$= 0.288 - 0.102$$
$$= 0.186\ N$$

وتكون القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة عند الوضع d تعطى من العلاقة

$$F_d = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$= 0.212\ N$$

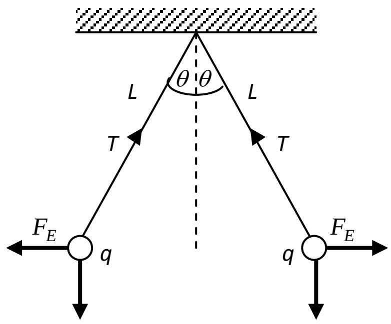
وتعمل زاوية تعطى من العلاقة

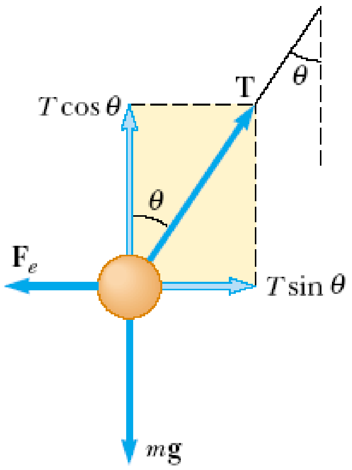
$$\tan\phi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{0.186}{0.102} = 1.824$$

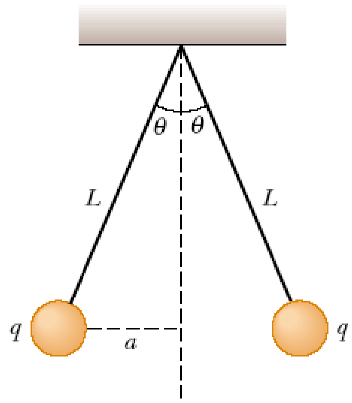
$$\phi = 61.26^o$$

مثال

كرتان تزن كل منهما m جرام معلقتان بخيطين إلى نقطة واحدة طول كل منهما L سم . ما هي الشحنة التي يجب أن تحملهما بالتساوي كل من الكرتين لمى تبتعدان عن بعضهما مسافة مقدارها x كما في الشكل التالي. وإذا كانت $m = 10^{-2}$ Kg , $\theta = 4^\circ$, $L = 1$ m فاحسب قيمة الشحنة q .







يوضح الشكل السابق مخطط الجسم الحر لإحدى الشحنتين، و بما أن الشحنتين متزنتان اتزاناً ساكناً فإن:

$$F_E = T \sin\theta$$

$$mg = T \cos\theta$$

حيث تمثل T الشد في كل من الخيطين. و بحل المعادلتين السابقتين، و حذف T منهما، ينتج أن:

$$F_E = mg \tan\theta$$

من جهة أخرى، تعطى قوة التنافر بين الشحنتين من قانون كولوم على النحو التالي:

$$F_E = K\frac{q^2}{r^2}$$

حيث تمثل r في هذه المعادلة المسافة بين الشحنتين، و التي تساوي من الشكل السابق $2L\,sin\theta$. و بمساواة المعادلتين السابقتين ببعضهما و التعويض عن r بدلالة L و θ، نجد أن:

$$\frac{Kq^2}{(2L\,sin\theta)^2} = mg\,tan\theta$$

و منها نجد أن:

$$q^2 = \left(tan\theta\,sin^2\theta\right)\frac{4mgL^2}{K}$$

و بالتعويض في هذه المعادلة عن القيم المعطاة، نجد أن:

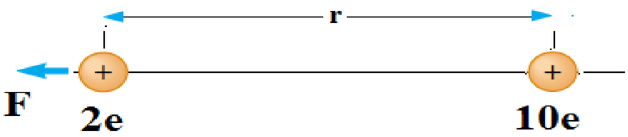
$$q^2 = \left(\tan 4^\circ \sin^2 4^\circ\right)\frac{4\times1\times10^{-2}\times9.8\times1^2}{9\times10^9}$$

أي أن

$$q = 1.218\times10^{-7}\ C$$

مثال

احسب قوة التنافر بين شحنة نواة الهليوم (+2e) وشحنة نواة النيون (+ 10 e) إذا كانت المسافة بينهما $3\text{x}10^{-9}$ m علما بان $e = 1.6\text{x}10^{-19}$ C .



$$F = K\frac{q_1\ q_2}{r^2} = 9\times10^9\ \frac{\left(2\times1.6\times19^{-19}\right)\times\left(10\times1.6\times10^{-19}\right)}{\left(3\times10^{-9}\right)^2}$$

$$= 5.12\times10^{-10}\quad N$$